



A utilização de filtros digitais em séries temporais GNSS

José Nuno LIMA¹

¹Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Avenida do Brasil, 101 1700-066 Lisboa

(jnplima@lnec.pt)

Palavras-chave: GNSS, Monitorização, Filtros, Séries Temporais, Barragens de Betão, Geodesia

Resumo: A média móvel simples e a média móvel exponencial são dois filtros digitais, do tipo passa-baixo, e fáceis de implementar em séries temporais GNSS. Tendo em vista a monitorização de deslocamentos em estruturas (como, por exemplo, as barragens de betão), apresentam-se nesta comunicação as definições e as propriedades destes dois filtros e discute-se quais as ordens mais adequadas a aplicar em função da frequência de amostragem e dos deslocamentos.



1. Introdução

A utilização do GNSS (*Global Navigation Satellite System*) em contínuo para monitorizar fenómenos geofísicos, nomeadamente a vigilância vulcânica, sísmica e tectónica, e as respostas dinâmicas e quase estáticas das grandes estruturas de engenharia civil vai gerar séries temporais que deverão ser convenientemente filtradas em função do tipo de sinal (frequência e amplitude) que se pretende monitorizar. Com o mesmo tipo de equipamento, mas empregando modos de posicionamento diferentes, com o GNSS é possível monitorizar numa banda muito larga. Com efeito, o GNSS em modo estático relativo é mais adequado para vigilância de longo período porque este tipo de posicionamento caracteriza-se por detectar deslocamentos de baixa frequência com exactidão milimétrica. Por outro lado, para a monitorização de movimentos rápidos, deslocamentos de curto período e vibrações é necessário recorrer a um posicionamento GNSS mais expedito, como o modo de posicionamento cinemático em tempo real ou o posicionamento cinemático pós-processado. Sendo estes últimos mais afectados pelos efeitos de *multipath* (reflexão de sinais ou multi-trajectos) e, por essa razão, menos precisos do que o modo estático (Lima *et al.*, 2015; Lima *et al.*, 2009). A aplicação de filtros digitais permite melhorar a precisão deste tipo de posicionamento.

Nos filtros digitais há três componentes básicas, a série temporal original (sequência de entrada) x_i , o operador $D\{\}$ e a série temporal filtrada (sequência de saída) y_i e relacionam-se da seguinte forma

$$y_i = D\{x_i\} \quad (1)$$

que se pode escrever na seguinte forma

$$y_i = \sum_{q=0}^{Q-1} b_q x_{i-q} + \sum_{p=1}^{P-1} a_p y_{i-p} \quad (2)$$

onde b_q e a_p são os coeficientes para definir os operadores lineares $D\{\}$, sendo este operador $D\{\}$ constituído por dois filtros digitais de ordem P e Q respectivamente.

Há duas classes generalizadas de filtros digitais dependendo dos valores dos coeficientes b_q e a_p . A primeira é designada por filtro digital de resposta ao impulso de duração finita (*Finite-duration Impulse Response, FIR digital filter*), onde os coeficientes a_p ($p=1, 2, \dots, P-1$) são iguais a zero. Neste caso, a sequência de saída previamente filtrada não terá qualquer influência na sequência de saída a ser filtrada. Assim, a equação (2) vem escrita da seguinte forma

$$y_i = \sum_{q=0}^{Q-1} b_q x_{i-q} \quad (3)$$

Uma vez que a sequência de saída é simplesmente a média pesada da sequência de entrada, estes filtros também são designados por médias móveis. Devida à sua simplicidade e estabilidade, estes filtros são muito utilizados na redução do ruído do sinal e na identificação do modelo da sequência de entrada.

A segunda classe de filtros digitais é designada por filtros de resposta ao impulso infinita (*Infinite Impulse Response, IIR filters*) que têm a forma da equação (4), onde os coeficientes b_q ($q=1, 2, \dots, Q-1$) são iguais a zero, resultando da equação (2)

$$y_i = x_i + \sum_{p=1}^{P-1} a_p y_{i-p} \quad (4)$$

Da equação (4) é possível ver que os termos da série já filtrados irão influenciar, juntamente com os termos da série original, os termos da série a serem filtrados.

Comparados com os filtros do tipo FIR, os filtros IIR são menos estáveis e poderão ter, em certos casos, dificuldades na redução do ruído da sequência de entrada. Haverá, por estas razões, mais dificuldade na implementação dos filtros IIR.

Há dois tipos de filtros FIR de acordo com o tipo de coeficientes b_q , os filtros FIR de coeficientes invariantes no tempo e os filtros FIR Adaptados (Lima, 2009).

Os filtros lineares e invariantes no tempo, cuja soma dos coeficientes do filtro b_q é igual a 1, são usados para converter uma série temporal numa outra através de uma operação linear. A aplicação das médias móveis às séries temporais permite analisar a variação dos termos mais longos e a evolução das tendências. Os resíduos entre a série temporal suavizada através da aplicação



duma média móvel e a série temporal original representam as variações locais, ou seja, aquelas que têm frequências mais elevadas.

Alguns dos filtros digitais mais utilizados são as médias móveis que servem para detectar tendências, eliminar sinais indesejáveis (ruído), fazer previsões, etc.

2. Médias Móveis

2.1 Média Móvel Simples (MMS)

Teoricamente, há uma infinidade de possibilidades de médias móveis se bem que, em termos práticos, reduzem-se a dois tipos: a média móvel simples (MMS) e a média móvel exponencialmente pesada (MMEP).

A MMS é forma convencional da média móvel e pode ser definida por

$$y_i = \frac{1}{N} (x_i + x_{i-1} + x_{i-2} + \dots + x_{i-N+1}) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_{i-k} \quad (5)$$

onde x_i são os termos da série temporal original, y_i são os termos da série temporal filtrada pela média móvel simples e N é a ordem da média móvel. Por construção, este tipo de média móvel é afectado por um atraso da semi-amplitude da ordem. Para eliminar este atraso, é costume utilizar médias móveis simples centradas e simétricas. Sendo N um número ímpar, são definidas da seguinte forma

$$y_i = \frac{1}{N} (x_{i-(N-1)/2} + \dots + x_i + \dots + x_{i+(N-1)/2}) = \frac{1}{N} \sum_{k=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} x_{i+k} \quad (6)$$

onde x são os termos da série temporal original, y são os termos da série temporal filtrada pela média móvel centrada e N é a ordem da média móvel, sendo um número ímpar.

Uma vez que os pesos nas médias móveis simples são todos iguais, não há observações anteriores ou posteriores mais relevantes do que outras. Isto leva-nos às médias móveis pesadas, onde cada observação x_i terá o seu peso específico e será definida por

$$y_i = h_0 x_i + h_1 x_{i-1} + x_{i-2} + \dots + h_{N-1} x_{i-N+1} = \sum_{k=0}^{N-1} h_k x_{i-k} \quad (7)$$

onde x_i são os termos da série temporal original, y_i são os termos da série temporal filtrada pela média móvel centrada, h_k é o peso associado à observação de ordem k (é obrigatório que a soma de todos os pesos seja igual a 1 e que sejam todos maiores ou iguais a zero) e N é a ordem da média móvel, sendo um número natural. Os h_i descrevem completamente o tipo de média móvel e frequentemente são designados pelas respostas ao impulso. Facilmente se compreende que as médias móveis simples são um caso particular das médias móveis pesadas, onde todos os pesos são iguais e constantes. Ou seja, para uma média móvel simples de ordem N a resposta ao impulso é dada por $h_k = 1/N$, para $k=0, \dots, N-1$.

2.2 Média Móvel Exponencialmente Pesada (MMEP)

Na predição das séries temporais é frequente utilizarem-se médias móveis pesadas cujos pesos vão crescendo gradualmente com a entrada de novas observações, seguindo o pressuposto de que as observações mais relevantes são as mais recentes para a predição de um valor para um futuro próximo. Ou seja, os h_k vão crescendo de tal forma que $h_k \leq h_{k+1}$. Uma média móvel muito famosa e largamente utilizada (e.g., para estudar a tendência e fazer previsões no índice bolsista nova-iorquino *Dow Jones Industrial Average*) é a Média Móvel Exponencialmente Pesada, com os pesos a crescerem exponencialmente, definida por

$$y_i = \lambda x_i + (1 - \lambda) y_{i-1} \quad (8)$$

onde λ é um valor constante e compreendido entre $]0,1[$. Prova-se facilmente que $\lambda=1/N$ o que dá uma ideia do valor a escolher para λ para que a MMEP tenha uma eficácia similar a uma MMS de ordem N .

3. Ensaio realizado na Base do LNEC

No campus do LNEC, foram instaladas duas antenas GNSS Leica AS10 no topo do edifício do Departamento de Barragens de Betão (Figura 1), distanciadas uma da outra de cerca de 25 m, cada uma delas ligada a um receptor GNSS Leica GMX902. Através do *software* da Leica Spider, as observações destes equipamentos foram processadas em modo cinemático e em tempo real, com uma frequência de amostragem de 1 Hz, e processadas em modo estático ao fim de cada hora de registos, com a mesma frequência de amostragem. Nesta comunicação apenas vão ser analisados as séries temporais geradas pelas soluções horárias desta pequena base de testes.



Figura 1 – Base de testes do LNEC, definida pela estação DBB1 e pela estação DBB3 (as antenas GNSS não estão à escala)

Partindo do pressuposto que a base é invariante, qualquer variação nas soluções horárias obtidas deverá ser causada pelo ruído branco. A Figura 2 mostra a série temporal das soluções horárias na componente Norte (dN), linha azul, uma média móvel simples centrada de ordem 6, linha a vermelho, e uma média móvel simples centrada de ordem 24, linha verde.

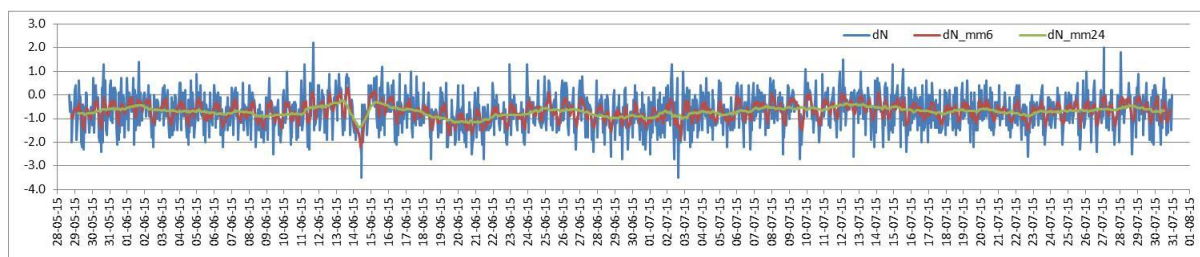


Figura 2 – Série temporal das soluções horárias na componente Norte (linha azul), e respectivas médias móveis simples e centradas de ordem 6 (linha vermelha) e 24 (linha verde). A escala das ordenadas está em milímetros

A Figura 3 mostra a série temporal das soluções horárias na componente Este (dE), linha vermelha, uma média móvel simples centrada de ordem 6, linha azul, e uma média móvel simples centrada de ordem 24, linha verde.

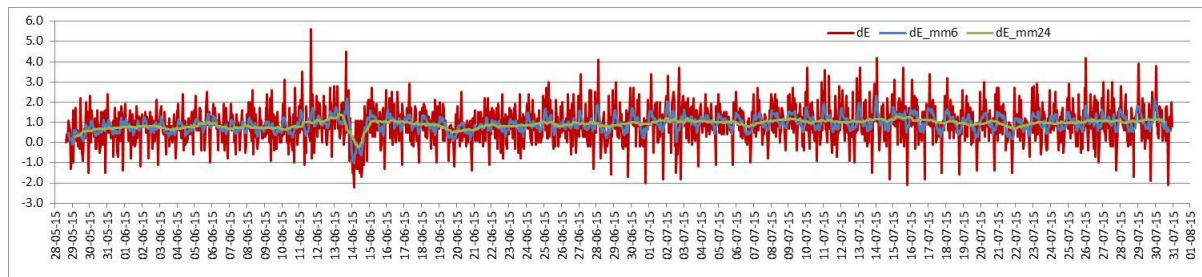


Figura 3 – Série temporal das soluções horárias na componente Este (linha vermelha), e respectivas médias móveis simples e centradas de ordem 6 (linha azul) e 24 (linha verde). A escala das ordenadas está em milímetros

O Quadro 1 apresenta os valores médios e os desvios padrão das séries temporais dN, dE e dh (variações da altitude elipsoidal), das respectivas médias móveis simples e centradas de ordem 6 e 24 e das respectivas médias móveis exponencialmente pesadas ($\lambda = 0,08$).

Quadro 1 – Valores médios e desvios padrão das componentes dN, dE e dh e desvios padrão das médias móveis

	Valor médio	Desvio Padrão	Desvio Padrão MMS-ordem6	Desvio Padrão MMS-ordem24	Desvio Padrão MMEP ($\lambda=0,08$)
dN	-0,7 mm	0,77 mm	0,35 mm	0,18 mm	0,19 mm
dE	0,9 mm	0,95 mm	0,38 mm	0,19 mm	0,23 mm
dh	2,3 mm	1,78 mm	0,71 mm	0,40 mm	0,43 mm

Verifica-se que os desvios padrão vão diminuindo com a ordem da média móvel simples centrada, conforme seria de esperar, e que o desvio padrão da MMEP ($\lambda=0,08$) é semelhante ao da MMS de ordem 24. Apesar de não estarem todos expressos no Quadro 1, os valores médios das séries temporais e das respectivas médias móveis são iguais, também conforme seria de esperar.

Foram feitas análises destas séries temporais no domínio da frequência, através das transformadas rápidas de Fourier e utilizando o programa TSOFT (Van Camp e Vauterin, 2005).

A Figura 4 apresenta o espectro de potência da série temporal dN, destacam-se vários períodos como o de 24, 12, 8, 6, 4, 3 e 2,66 horas.

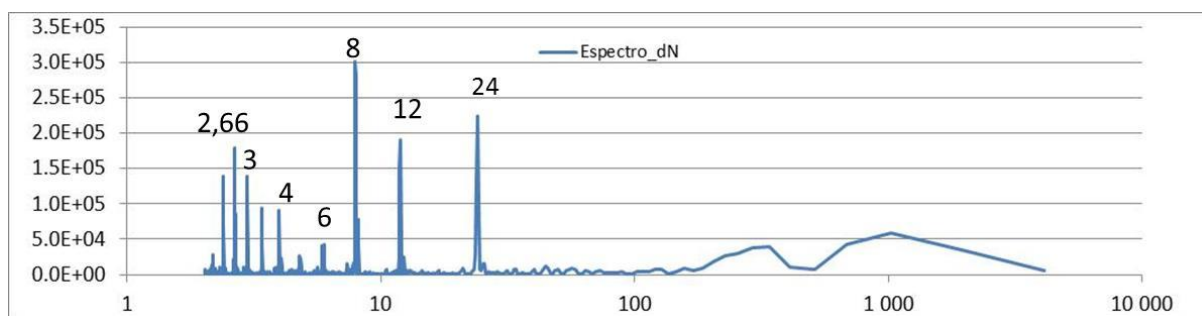


Figura 4 –Espectro de potência da série temporal das soluções horárias na componente Norte, as abscissas estão expressas em horas

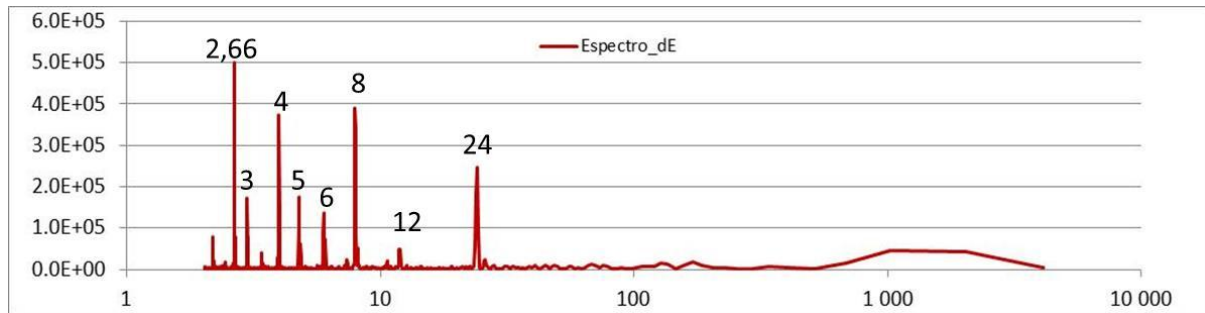


Figura 5 –Espectro de potência da série temporal das soluções horárias na componente Este, as abscissas estão expressas em horas

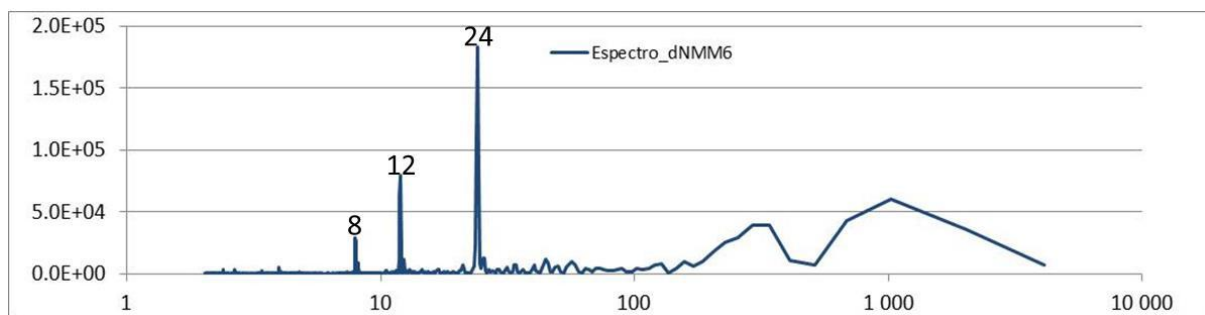


Figura 6 –Espectro de potência da MMS de ordem 6 da série temporal das soluções horárias na componente Norte, as abscissas estão expressas em horas

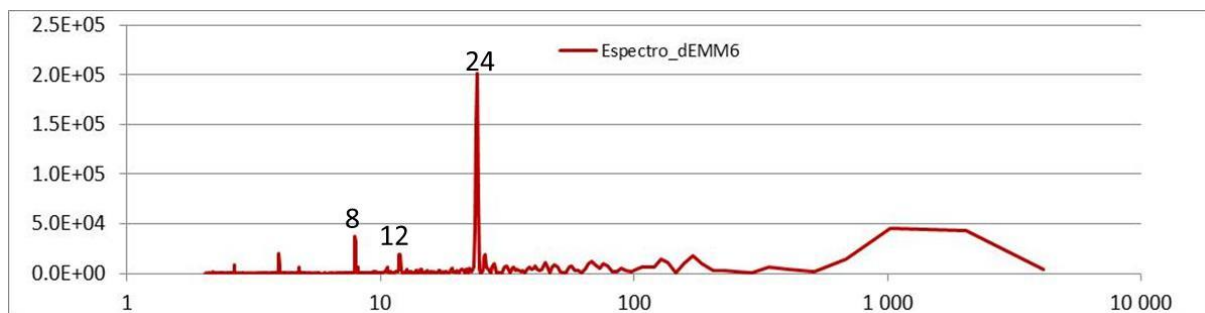


Figura 7 –Espectro de potência da MMS de ordem 6 da série temporal das soluções horárias na componente Este, as abscissas estão expressas em horas

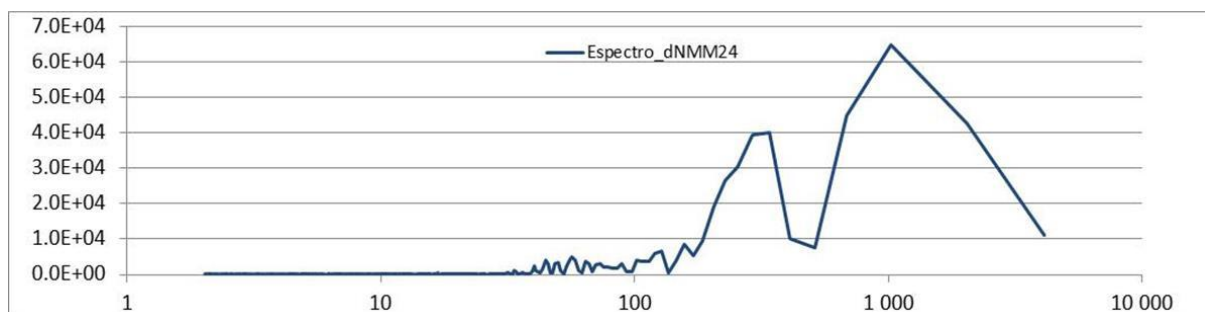


Figura 8 –Espectro de potência da MMS de ordem 24 da série temporal das soluções horárias na componente Norte, as abscissas estão expressas em horas

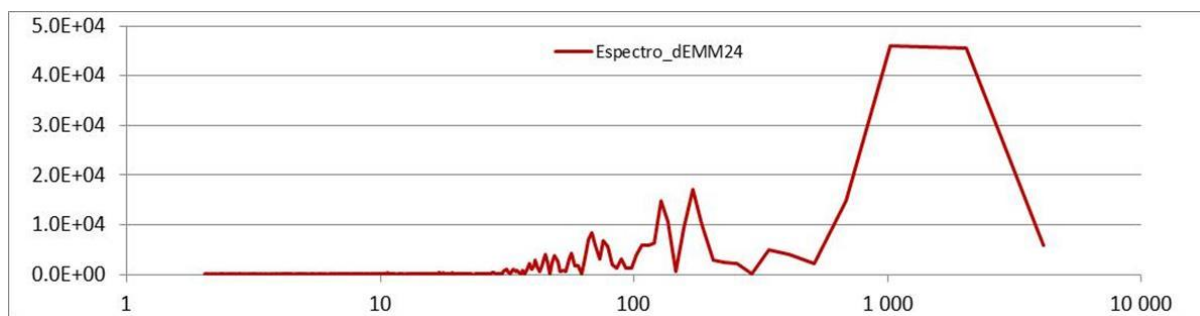


Figura 9 –Espectro de potência da MMS de ordem 24 da série temporal das soluções horárias na componente Este, as abscissas estão expressas em horas

A Figura 5 apresenta o espectro de potência da série temporal dE, destacam-se vários períodos como o de 24, 12, 8, 6, 4, 3 e 2,66 horas. As figuras 6 e 7 apresentam o espectro de potência das médias móveis simples e centradas das séries temporais dN e dE. Vários períodos que se destacavam nas séries temporais dN e dE, como são os casos de todos os períodos inferiores ou iguais a 6 horas, foram filtrados pela MMS de ordem 6, conforme se pode verificar nessas figuras.

As figuras 8 e 9 apresentam o espectro de potência das médias móveis simples e centradas, mas agora de ordem 24, das séries temporais dN e dE. Vários períodos que se destacavam nas séries temporais dN e dE, como são os casos de todos os períodos inferiores ou iguais a 24 horas (ou um dia), foram filtrados pela MMS de ordem 24, conforme se pode verificar nessas figuras.

Obtiveram-se as temperaturas duma estação meteorológica, localizada nas vizinhanças das estações GNSS. A Figura 10 mostra os valores medidos da temperatura em graus Celcius. A Figura 11 mostra o espectro de potência desta série temporal de temperaturas, cujas abscissas estão expressas em horas. Os períodos com mais potência são o de 24 horas, o de 228 horas (9,5 dias) e o de 12 horas.

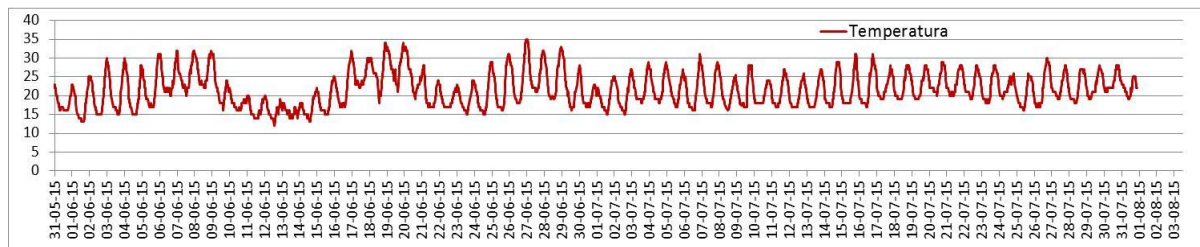


Figura 10 – Série temporal de temperaturas, as abscissas estão expressas em horas e as ordenadas em graus Celcius

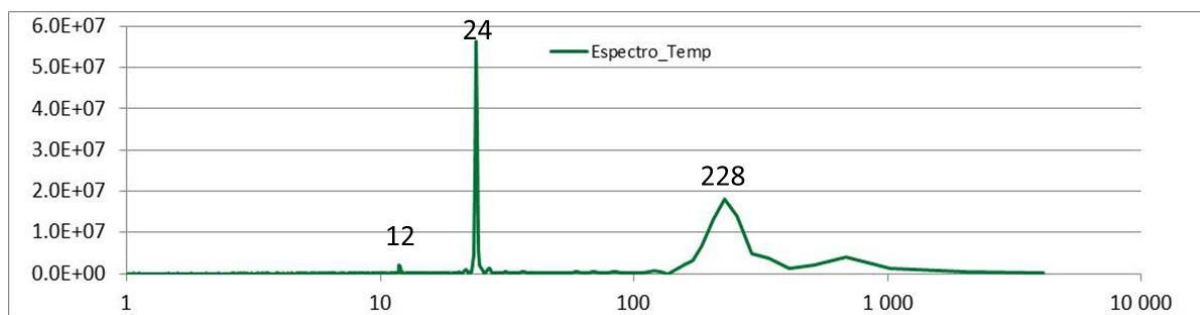


Figura 11 –Espectro de potência da série temporal de temperaturas, as abscissas estão expressas em horas

4. Considerações finais e conclusões

Este ensaio mostra que a monitorização com o GNSS é muito versátil e precisa. Versátil porque é possível escolher a frequência de solução que se pretende (desde em tempo real com frequência de amostragem de 50 Hz até soluções diárias). Precisa porque mesmo que a frequência de solução não tenha a precisão necessária, facilmente se implementam médias móveis – filtros do tipo passa-baixo, conforme se verifica neste ensaio – até se conseguir a precisão que se pretende.



Os valores do desvio padrão expressos no Quadro 1 mostram que as soluções horárias (não esquecer que a base é muito curta) têm uma precisão de cerca de 1 mm nas componentes horizontais e de cerca de 2 mm na componente vertical. Aplicando as MMS e centradas de ordem 6 a precisão nas componentes horizontais passa para valores cerca de 0,4 mm e na componente vertical para 0,7 mm, com a desvantagem de eliminar sinais com períodos inferiores ou igual a 6 h. Se se optar por MMS e centradas de ordem 24 a precisão nas componentes horizontais passa para valores cerca de 0,2 mm e para 0,4 mm na componente vertical, agora com a desvantagem de eliminar sinais com períodos inferiores ou igual a 24 h.

A média móvel exponencialmente pesada é muito semelhante às médias móveis simples (a ordem destas últimas relaciona-se com o parâmetro λ); no entanto, a primeira é muito mais fácil de implementar, uma vez que não necessita de guardar os termos da série temporal original nem de esperar pelas observações futuras.

As séries temporais GNSS horárias apresentam vários sinais com expressão significativa no domínio da frequência. Alguns poderão ser devidos à onda térmica diurna, ou à exposição aos raios solares ou, ainda, à repetição da constelação dos satélites do GPS (cerca de 24 h). Muitos desses sinais poderão ser eliminados com a implementação das médias móveis.

Agradecimentos

Agradece-se à Fundação para Ciência e a Tecnologia pelo financiamento do Projeto PTDC/ECM-EST/213/2012 – “Integração de dados GNSS e de acelerómetros na monitorização de grandes estruturas”, no âmbito do qual se realizaram os desenvolvimentos referidos na presente comunicação.

Referências Bibliográficas

- Lima, J.N. (2009). A Utilização do Filtro Adaptado às Séries Temporais GNSS. Conferência Nacional de Cartografia e Geodesia, Caldas da Rainha, Maio de 2009.
- Lima, J.N., Conde, V., Candeias, H. (2015). Quality assessment of GNSS with short-length session in the displacement measurement of a large embankment dam, proceedings of Dam World 2015, Second international Dam World Conference, Portugal, Lisbon, LNEC, April 21-24 2015.
- Lima, J. N., J. Casaca e M.J. Henriques (2009): “O Ruído da Medição Relativa GNSS com elevada Frequência de Amostragem”, LNEC, Relatório 43/2009 – DBB/NGA.
- Van Camp, M. e Vauterin, P. (2005). Tsoft graphical and interactive software for analysis of time series and Earth tides. Computers & GeoSciences, 31 (5), 631-640.